

Київський національний університет театру, кіно і телебачення  
імені І. К. Карпенка-Карого

(повне найменування вищого навчального закладу)

Кафедра звукорежисури

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Завідувач кафедри

Домбругова Н.М.

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

**Аналіз і розрахунок електричних кіл.**

Методична розробка

напрямок підготовки 02 КУЛЬТУРА І МИСТЕЦТВО  
(шифр і назва напрямку підготовки)

спеціальність 021 АУДІОВІЗУАЛЬНЕ МИСТЕЦТВО ТА ВИРОБНИЦТВО  
(шифр і назва спеціальності)

Освітньо-професійна програма ЗВУКОРЕЖИСУРА  
(назва спеціалізації)

інститут, факультет, відділення ЕКРАННИХ МИСТЕЦТВ  
(назва інституту, факультету, відділення)

Київ – 2024 рік

Методична розробка Аналіз і розрахунок електричних кіл.

для студентів за напрямом підготовки 02 Культура і мистецтво,

спеціальністю 021 Аудіовізуальне мистецтво та виробництво.

Розробники: Шапошніков Федір Львович

Старший викладач кафедри звукорежисури

(вказати авторів, їхні посади, наукові ступені та вчені звання)

Методичну розробку затверджено на засіданні кафедри (циклової комісії) \_\_\_\_\_

звукорежисури

Протокол від. “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

№ \_\_\_\_

Завідувач кафедри (голова циклової комісії)

\_\_\_\_\_ (підпис)

(Домбругова Н.М.)

(прізвище та ініціали)

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

© Кафедра звукорежисури 2024 рік

© КУТКіТ, 2024 рік

©Шапошніков Ф.Л., 2024 рік

## Мета та завдання методичної розробки

**Мета:** полягає в послідовному, систематичному та комплексному наданні студентам теоретичних знань аналізу та розрахунку електричних кіл всіх типів, які входять в програму вивчення дисципліни загальна електротехніка.

**Завдання:** надбання досвіду аналізу та розрахунку електричних кіл постійного та змінного струму.

У результаті вивчення матеріалу студенти повинні:

**Освоїти** методику розрахунку електричних кіл.

**Вміти** виконувати практичні індивідуальні завдання за курсом загальна електротехніка

Проблема, що підлягає аналізу та розв'язанню для електричного кола (ЕК) полягає у тому, що у відомій схемі кола з визначеними параметрами (ЕРС та опорів), необхідно розрахувати струми, напруги та потужності на окремих ділянках.

Методи розрахунку електричних кіл:

- Перетворення ЕК;
- безпосереднього застосування законів Кірхгофа;
- Контурних струмів;
- Вузлових потенціалів;
- Накладення;
- Еквівалентного генератора.

Розглянемо перші чотири метода.

Розв'язання задачі базується на застосуванні законів Ома та Кірхгофа. Закон Ома застосовується для розрахунку режиму простих та окремих ділянок складних ЕК, а закони Кірхгофа – для розрахунку режиму складних ЕК.

В залежності від призначення електричного кола його елементи можуть поєднуватися різним способом. Існує чотири основних вигляду з'єднання елементів: послідовне, паралельне, трикутником і зіркою. Часто зустрічаються ЕК зі змішаним з'єднанням елементів, коли на окремих ділянках можуть застосовуватись різноманітні з'єднання.

Для спрощення розрахунків та аналізу ЕК, як правило, використовуються метод еквівалентних перетворень пасивних ділянок. Цей метод полягає у тому, що електричне коло, або його окремих частина, замінюється більш простою за структурою ділянкою, при цьому струми та напруги у ділянках які не перетворювались не повинні змінюватися. У результаті перетворень структура кола та його розрахунок спрощується.

а. Перетворення послідовного з'єднання резисторів.

Послідовне з'єднання резисторів.

Послідовним називається з'єднання коли опір включено таким чином, що початок н ступного опору підключається до кінця попереднього, при цьому струм у кожному елементі один і той самий. Послідовне з'єднання  $n$  елементів може бути замінено одним еквівалентним резистором.

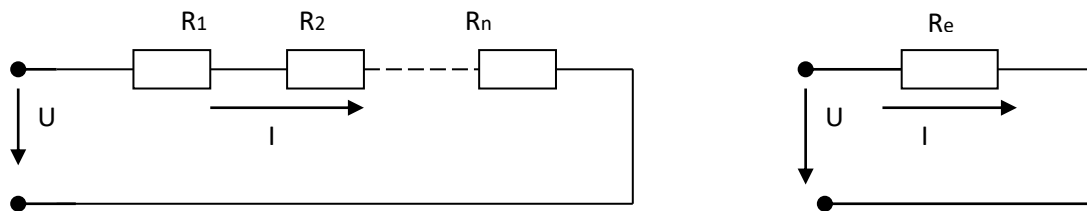


Рис. 1

За другим законом Кірхгофа можна записати:

$$U_1 + U_2 + \dots + U_n = U; \quad R_1 I + R_2 I + \dots + R_n = R_{\text{екв}} I;$$

тоді  $R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

Тобто, при послідовному з'єднанні резисторів еквівалентний опір ділянки кола дорівнює сумі всіх послідовно включених опорів.

*б. Перетворення паралельного з'єднання резисторів.*

Паралельне з'єднання елементів характеризується тим, що всі елементи приєднуються до однієї пари вузлів. При цьому до всіх елементів підводиться одна і та ж сама напруга  $U$ .

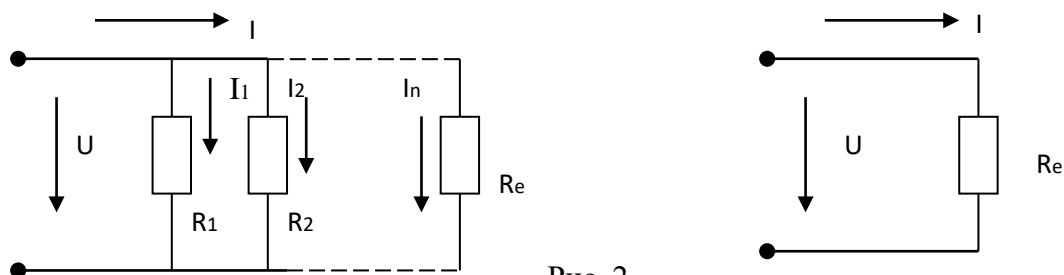


Рис. 2

Для приведеної схеми за першим законом Кірхгофа можна записати:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n, \quad \text{так як за законом Ома } I_n = U/R_n,$$

Тоді

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Величина,  $\frac{1}{R}$  зворотна опору, називається провідністю  $G$  (Сименс)

Тобто, при паралельному з'єднанні резисторів еквівалентна провідність ділянки кола дорівнює сумі провідностей.

в. *Перетворення з'єднань зірка – трикутник.*

У деяких складних ЕК зустрічається з'єднання елементів, які не можливо віднести ні до послідовного ні до паралельного. Наприклад, три резистора можна підключити до трьох вузлів а, b, c двома способами: трикутником та зіркою. рис. 3.

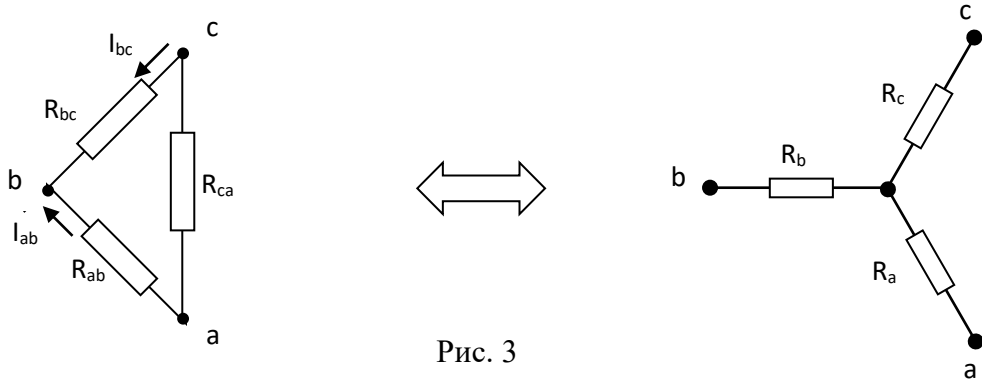
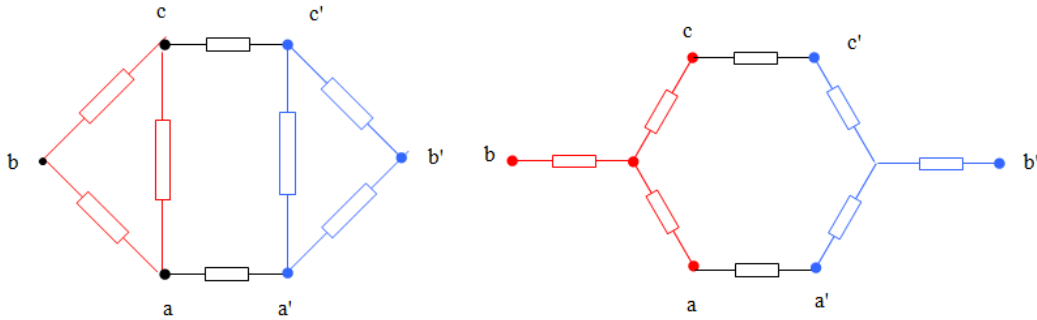


Рис. 3

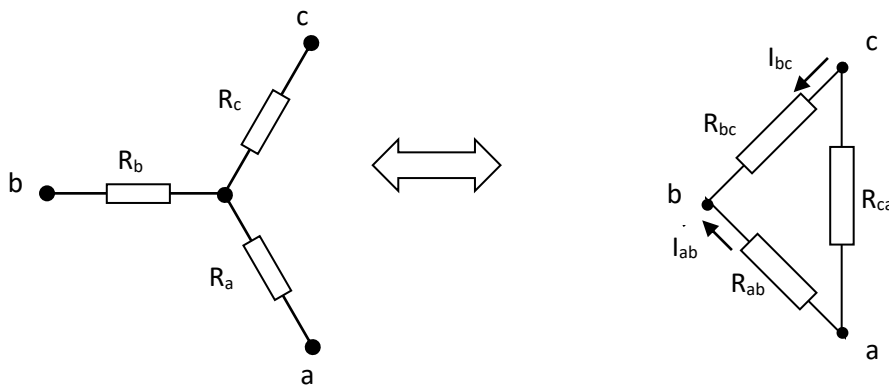
У ряді випадків схему з'єднання гілок зіркою доцільно перетворити у схему з'єднання гілок трикутником, або навпаки.

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}} \quad R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}} \quad R_c = \frac{R_{ac} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$



Перетворення трикутник-зірка

При еквівалентній заміні гілок, з'єднаних трьохпроміневою зіркою, на гілки, з'єднаних трикутником, опір гілок трикутника можна визначити, знаючи опір гілок зірки, або навпаки:



$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c} \quad R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a} \quad R_{ac} = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}$$

## Поступові еквівалентні перетворення ділянок схеми ЕК

За допомогою законів Кіргофа можна розрахувати будь-яке ЕК, у тому числі і коло з одним джерелом. Однак у випадку кола з одним джерелом немає необхідності складати систему рівнянь за законом Кірхгофа і розраховувати їх, але можна скористатися еквівалентними перетвореннями ЕК.

Нехай у колі, схема якого приведена на рис.4.1, необхідно визначити струму в усіх вітках, якщо відомі опори усіх пасивних елементів кола та ЕРС. Розглянемо приклад розрахунку.

Для вирішення такого завдання, окремі ділянки ЕК з послідовним або паралельним з'єднанням елементів замінюють одним еквівалентним елементом. Поступове перетворення ділянок спрощує схему ЕК і приводить до найпростішої схеми кола, яке складається із послідовно з'єднаних джерела електричної енергії та одного еквівалентного пасивного елемента (рис 4.2-4.5).

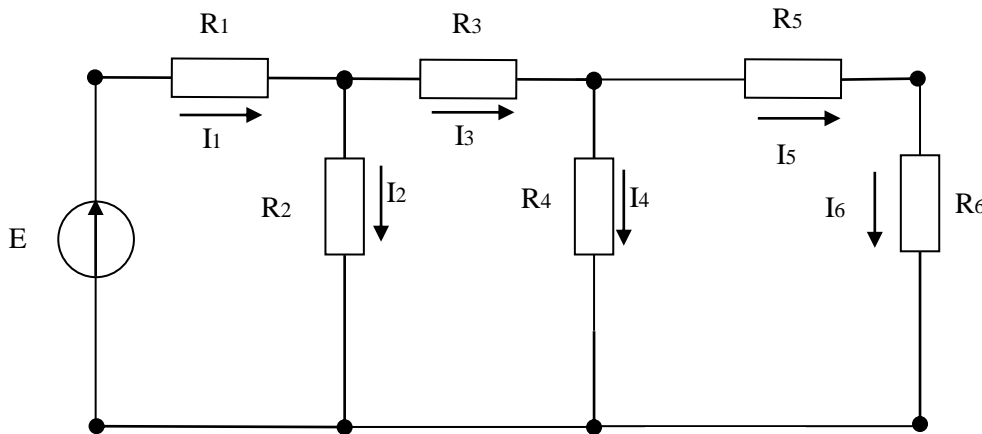


Рис. 4.1

Дано:

$E = 25 \text{ В}$   
 $R_1 = 2 \text{ Ом}$   
 $R_2 = 2 \text{ Ом}$   
 $R_3 = 3,5 \text{ Ом}$   
 $R_4 = 1,5 \text{ Ом}$   
 $R_5 = 4,5 \text{ Ом}$   
 $R_6 = 1 \text{ Ом}$

Знайти:

$I_1 - ?$   
 $I_2 - ?$   
 $I_3 - ?$   
 $I_4 - ?$   
 $I_5 - ?$   
 $I_6 - ?$   
 $U_{R_6} - ?$   
 $P_{R_6} - ?$

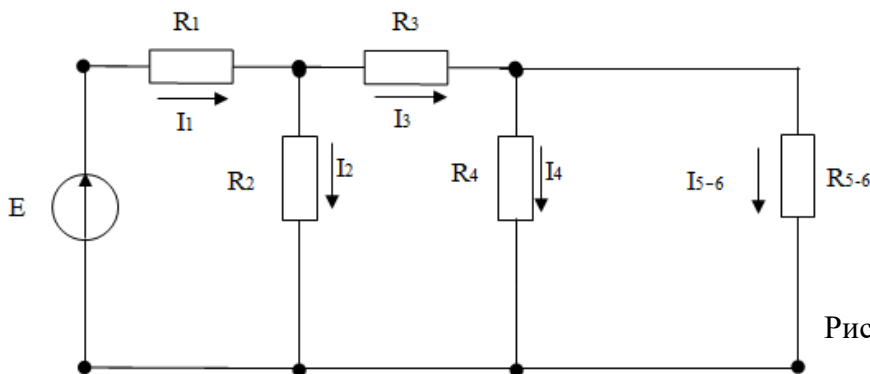


Рис. 4.2

$$R_{5-6} = R_5 + R_6 = 4,5 + 1 = 5,5(\text{Ом})$$

$$R_{4-6} = \frac{R_4 R_{5-6}}{R_4 + R_{5-6}} = \frac{1,5 \cdot 5,5}{1,5 + 5,5} \approx 1,18(\text{Ом})$$

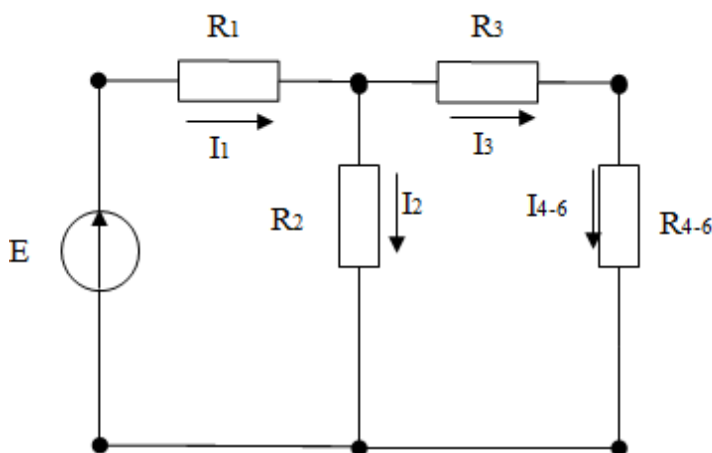


Рис. 4.3

$$R_{3-6} = R_3 + R_{4-6} = 3,5 + 1,18 = 4,68(\text{Ом})$$

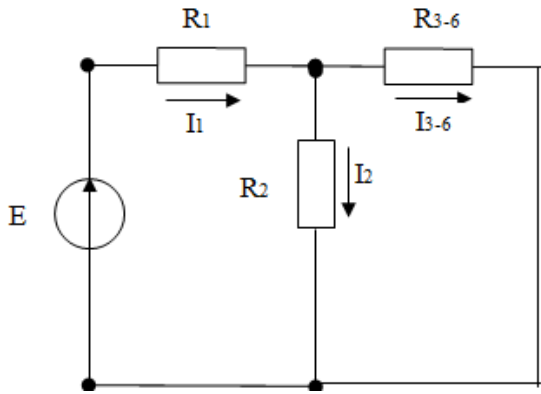


Рис. 4.4

$$R_{2-6} = \frac{R_2 \cdot R_{3-6}}{R_2 + R_{3-6}} = \frac{2 \cdot 4,68}{2 + 4,68} \approx 1,4(\text{Ом})$$

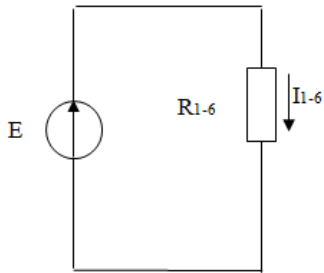


Рис. 4.5

$$R_{\text{екв}} = R_{1-6} = R_1 + R_{2-6} = 2 + 1,4 = 3,4(\text{Ом})$$

$$I_{1-6} = \frac{E}{R_{1-6}} = \frac{25}{3,4} \approx 7,35(\text{А})$$

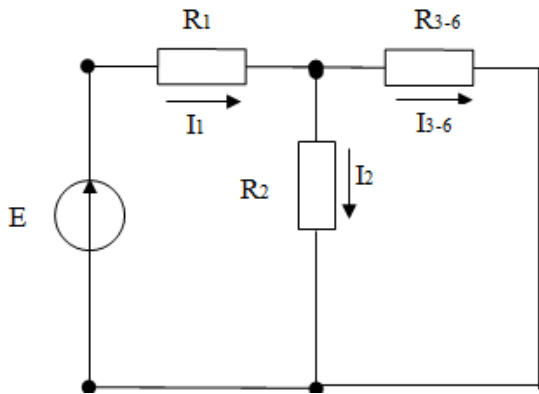


Рис. 4.6

$$I_1 = I_{1-6} = 7,35(\text{А})$$

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = 7,35 \cdot 2 = 14,70(\text{В})$$

$$I_{3-6} = \frac{E - U_{R1}}{R_{3-6}} = \frac{25 - 14,7}{4,68} \approx 2,2(\text{А})$$

$$I_3 = I_{4-6} = 2,2(\text{А})$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 2,2 \cdot 3,5 = 7,7(\text{В})$$

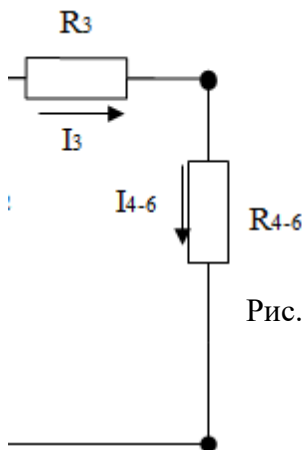


Рис. 4.7

Щоб завершити розрахунок напруг та струмів на окремих ділянках кола, треба також поступово повернутися до первинної схеми (рис 4.6-4.8)

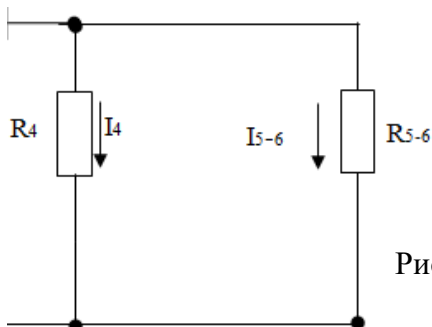


Рис. 4.8

$$U_{R4} = U_{R5-6} = E - U_{R1} - U_{R3} = 25 - 14,7 - 7,7 = 2,6(\text{В})$$

$$I_4 = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{2,6}{1,5} \approx 1,73(\text{А})$$

$$I_5 = I_6 = \frac{U_{R4}}{R_{5-6}} = \frac{2,6}{5,5} \approx 0,47(\text{А})$$

$$U_{R6} = I_6 \cdot R_6 = 0,47 \cdot 1 = 0,47(\text{В})$$

$$P_{R6} = U_{R6} \cdot I_6 = 0,47 \cdot 0,47 \approx 0,22(\text{Вт})$$

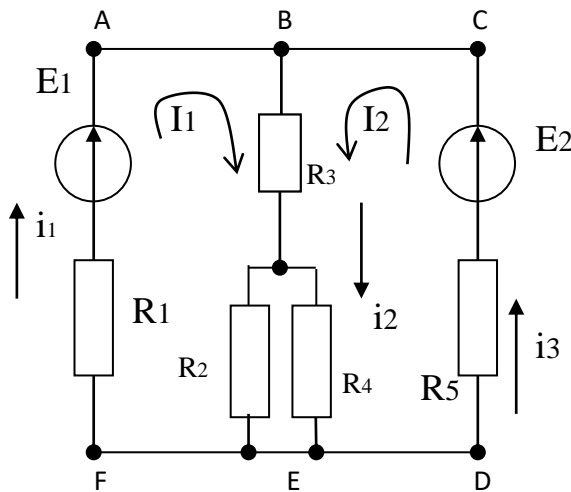
## Розрахунок складних лінійних електричних кіл.

Вирішення задач з безпосереднім застосуванням законів Кірхгофа потребує складання і розв'язання значної кількості рівнянь. З метою спрощення розрахунків розроблено ряд методів (контурних струмів, вузлових потенціалів та ін.), які є наслідком застосування законів Кірхгофа. Крім того застосовуються методи які базуються на властивостях лінійних ЕК (метод накладання, метод еквівалентного генератора та ін.).

### Метод контурних струмів.

Це широко розповсюджений метод розрахунку складних електричних кіл з кількома контурами і джерелами живлення. В основі метода лежать закони Кірхгофа та два припущення: у кожному контурі тече незалежний розрахунковий струм, який називають *контурним*, а струм кожної гілки дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів, які протікають через цю вітку.

При цих припущеннях виявляється, що для розрахунку схеми достатньо обмежитися складанням рівнянь для контурних струмів тільки за другим законом Кірхгофа, так як для контурних струмів перший закон виконується в силу прийнятих до контурних струмів припущень: контурний струм в одній з віток тече до вузла, а в іншій гілці цього контуру – від нього. Розглянемо наступний приклад розрахунку.



Дано:

$$R_1 = 8$$

$$R_2 = 6$$

$$R_3 = 5$$

$$R_4 = 3$$

$$R_5 = 4$$

$$E_1 = 45$$

$$E_2 = 34$$

Знайти:

Струми гілок;

потужність на  $R_4$

Обираємо два незалежних контура:

ABEF – перший контур.

BCDE – другий контур.

*Примітка:* незалежним є контур, у якому хоч би одна вітка була новою, тобто, вона не використовувалась в інших контурах.

Знаходимо еквівалентний опір у середній гілці за формулою:  $R_e = R_3 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = 5 + \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 7$

Далі, складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для контурних струмів  $I_1$  та  $I_2$ .

*Примітка:* напрямом контурних струмів і струмів віток обирається довільно, і якщо у результаті отримаємо значення струму з позначкою «мінус», то це не помилка, а просто струм тече у протилежному напрямку.

Рішення цієї системи рівнянь дає можливість визначити контурні струми  $I_1$  та  $I_2$ , і далі, користуючись схемою та напрямками струмів, можна визначити струми гілок. Для обраної схеми маємо:

$$I_1 \cdot (R_1 + R_e) + I_2 \cdot R_e = E_1$$

$$I_1 \cdot R_e + I_2 \cdot (R_e + R_5) = E_2$$

Далі можливі два варіанта рішення:

1. Проста система рівнянь с двома невідомими
2. Рішення за допомогою матриці



### Рішення за допомогою матриці

$$\begin{array}{cc|c} a_{11} & a_{12} & E_1 \\ a_{21} & a_{22} & E_2 \end{array}$$

$$I_1 \cdot (R_1 + R_e) + I_2 \cdot R_e = E_1$$

$$I_1 \cdot R_e + I_2 \cdot (R_e + R_5) = E_2$$

У нашому випадку:

$$I_1 \cdot (8+7) + I_2 \cdot (7) = 45$$

$$I_1 \cdot (7) + I_2 \cdot (7+4) = 34$$

Детермінант та мінори рахуються за наступними формулами:

$$\Delta = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12} = 15 \cdot 11 - 7 \cdot 7 = 116$$

$$\Delta_{I_1} = E_1 \cdot a_{22} - E_2 \cdot a_{12} = 45 \cdot 11 - 34 \cdot 7 = 257$$

$$\Delta_{I_2} = a_{11} E_2 - a_{21} \cdot E_1 = 15 \cdot 34 - 7 \cdot 45 = 195$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{257}{116} \approx 2,21(A)$$

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{195}{116} \approx 1,68(A)$$

Таким чином, струми у вітках:

$$i_1 = I_1 = 2,21(A)$$

$$i_2 = I_1 + I_2 = 2,21 + 1,68 = 3,89(A)$$

$$i_3 = I_2 = 1,68(A)$$

Розрахунок потужності на  $R_4$

Оскільки крізь опір  $R_e$  протікає струм  $i_2$  падіння напруги складає:  $i_2 \cdot R_e = 3,89 \cdot 7 = 27,23(V)$

На  $R_3$  падіння напруги складає:  $3,89 \cdot 5 = 19,45(V)$

Струм крізь  $R_4$  складає:  $\frac{27,23 - 19,45}{3} = 2,59(A)$

Таким чином, потужність:  $P_{R_4} = I_4^2 \cdot R_4 = 2,59^2 \cdot 3 = 20,12(W)$

### Метод вузлових потенціалів

У реальних електричних колах постійного струму часто декілька джерел і приймачів електричної енергії включено паралельно. Схема заміщення такого кола, яка містить активні та пасивні гілки, з'єднані паралельно, має лише два вузли (у нашому випадку В та Е). Для визначення струмів у всіх вітках достатньо знайти напругу між двома вузлами. Формулу для цієї напруги можна отримати, використовуючи принцип суперпозиції.

$$U_{BE} = \frac{\sum_1^m gE + \sum_1^K I}{\sum_1^n g}$$

Розрахунок напруги на  $R_e$  (у нашому випадку джерела струму відсутні)

$$U_{BE} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_5}{g_1 + g_e + g_5} = \frac{45 \cdot 0,125 + 34 \cdot 0,25}{0,125 + 0,14 + 0,25} = \frac{5,625 + 8,5}{0,515} \approx 27,42V$$

$$i_1 = \frac{E_1 - U_{BE}}{R_1} = \frac{45 - 27,42}{8} \approx 2,2A \quad i_2 = \frac{U_{BE}}{R_e} = \frac{27,42}{7} \approx 3,92A \quad i_3 = \frac{E_2 - U_{BE}}{R_5} = \frac{5,15}{2} \approx 1,65A$$

Таким чином, розрахунки методами контурних струмів та вузлових потенціалів співпадають до декількох сотих.

## Розрахунок електричних кіл змінного струму.

*Послідовне з'єднання активного, індуктивного та ємнісного опорів.*

Якщо до джерела зі змінною напругою  $U$  приєднати послідовно резистор, котушку та конденсатор, то струм у цьому колі теж буде змінним. Особливістю послідовного з'єднання є те, що струм у цьому колі спільний, тобто має однакову амплітуду і фазу для усіх елементів.

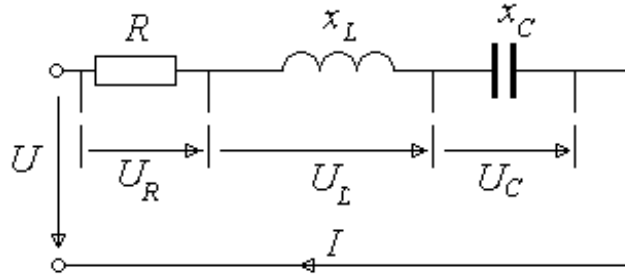


Рис. 5. Схема електричного кола з послідовним з'єднанням  $R$ ,  $X_L$  і  $X_C$

Припустимо, що у даному колі тече синусоїдальний струм  $i = I_m \sin \omega \cdot t$  та визначимо напругу, яка має діяти на затискувачах джерела. Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для миттєвих значень напруг у колі що розглядається:

$$u = u_R + u_L + u_C, \text{ де:}$$

$U$  — напруга джерела;

$U_R$  — напруга на активному опорі;

$U_L$  — Напруга на індуктивному опорі;

$U_C$  — напруга на ємнісному опорі.

Напруга на активному опорі  $U_R$  співпадає за фазою зі струмом  $I$ :  $u_R = I_m R \sin \omega \cdot t$

Напруга на індуктивному опорі  $U_L$  випереджає струм за фазою на кут  $90^\circ$ .

$$u_L = I_m x_L \sin(\omega \cdot t + 90^\circ)$$

Напруга на ємнісному опорі  $U_C$  відстає від струму за фазою на кут  $90^\circ$ .  $u_C = I_m x_C \sin(\omega \cdot t - 90^\circ)$

Для визначення напруги джерела  $U$  та фазового зсуву  $\varphi$  між нею та струмом у колі скористаємося векторною діаграмою, за допомогою якої здійснимо векторне складання  $U_R$ ,  $U_L$  і  $U_C$ .

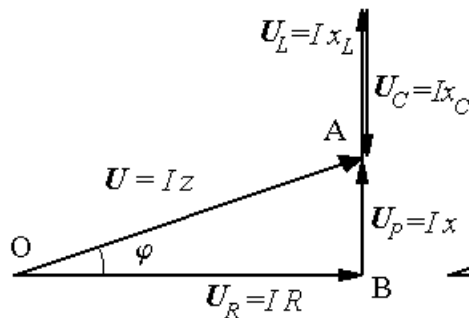


Рис. 6.а

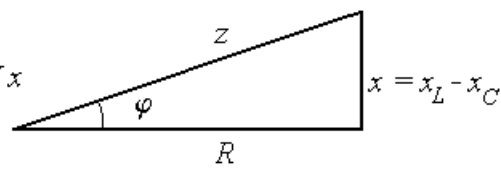


Рис. 6.б

З точки зору елементарної математики побудову векторної діаграми можна записати аналітично:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \cdot \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = I \cdot z$$

Якщо довжину сторін трикутник ОАВ (тобто відповідні напруги) умовно поділити на величину струму  $I$ , то отримаємо геометрично подібний трикутник опорів рис.6.б.

$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} \text{ де}$$

$z$  — повний опір електричного кола (імпеданс),

$x = (x_L - x_C)$  -- загальний реактивний опір кола.

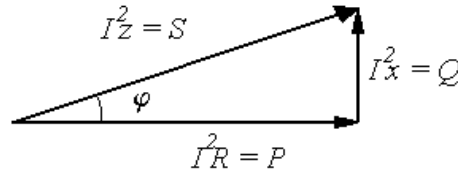
Треба пам'ятати, що під час розрахунку імпедансу: значення індуктивного ( $\varphi > 0$ ) опорів завжди береться з плюсом, а ємнісного ( $\varphi < 0$ ) — з мінусом, активні опори складаються

арифметично, реактивні опори – алгебраїчно (з урахуванням знаку), а активні та реактивні опори складаються між собою геометрично (векторно).

Фазовий зсув  $\varphi$  між напругою джерела та струмом у колі визначається співвідношенням опорів:

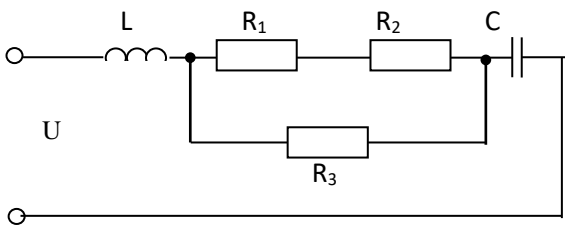
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{R},$$

Якщо кожную сторону трикутника OAB умовно помножити на значення струму, отримаємо трикутник потужностей



Де  $P$  – активна потужність (Вт),  $Q$  – реактивна потужність, яка вимірюється у вольт-амперах реактивних (ВАр),  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$  – повна потужність, яка вимірюється у вольт-амперах (ВА).

### Приклад розрахунку.



$L$  – мГн;  $C$  – мкФ;  $R$  – Ом;  $U$  – В;  $f$  – Гц.

1. Визначити активний  $R_{\Sigma}$  та реактивні опори  $X_L$  и  $X_C$
2. Знайти повний опір кола  $Z$
3. Знайти струм  $i$  у колі.
4. Знайти загальний зсув фази
5. Розрахувати напруги на елементах  $U_L$ ,  $U_C$  та  $U_R$
6. Розрахувати активну реактивну та повну потужність
7. Побудувати векторну діаграму.

Дано:  
 $f = 200$   
 $L = 10$   
 $C = 18$   
 $R_1 = 90$   
 $R_2 = 160$   
 $R_3 = 60$   
 $U = 80$

1. Розрахунок активного опору  $R_{\Sigma} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{(R_1 + R_2) + R_3} = \frac{250 \cdot 60}{250 + 60} \approx 48,38(\text{Ом})$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \approx 12,56(\text{Ом})$$

2. Розрахунок реактивних опорів

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 200 \cdot 18 \cdot 10^{-6}} \approx 44,23(\text{Ом})$$

3. Розрахунок повного опору кола (імпедансу)

$$Z = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{48,38^2 + (12,56 - 44,23)^2} \approx 57,81(\text{Ом})$$

4. Розрахунок струму у колі:  $i = \frac{U}{Z} = \frac{80}{57,81} \approx 1,38(\text{А})$

5. Розрахунок зсуву фази:  $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{(X_L - X_C)}{R} = \operatorname{arctg} \frac{12,56 - 44,23}{48,38} \approx -33,2^\circ$

$$U_L = X_L I = 12,56 \cdot 1,38 \approx 17,33(\text{В})$$

6. Розрахунок напруг:

$$U_C = X_C I = 44,23 \cdot 1,38 \approx 61,03(\text{В})$$

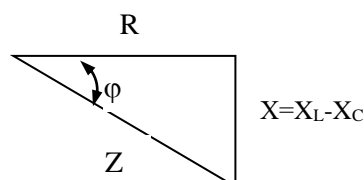
$$U_R = R I = 48,38 \cdot 1,38 \approx 66,76(\text{В})$$

7. Розрахунок потужностей

Повна потужність  $S = I \cdot U = 1,38 \cdot 80 = 110,4(\text{ВА})$

Реактивна потужність  $Q = S \cdot \sin \varphi = 110,4 \sin(-33,2) = -60,45(\text{ВАр})$

Активна потужність  $P = S \cdot \cos \varphi = 110,4 \cos(-33,2) = 92,37(\text{Вт})$



## 8. Векторна діаграма (опорів)

## Рекомендована література.

1. Родзевич В.Е. “Загальна електротехніка” Київ «Вища школа» 1993.-184с.
2. В.В. Овчаров, О.Ю. Вовк “Загальна електротехніка” Мелітополь: Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2018. 310с.
3. “Електротехніка” Підручник для не технічних вузів. Під ред. В.Г. Герасімова. Вища. шк. 1985.-480с.
4. Євдокімов Ф.В. Теоретичні основи електротехніки. Підручник для технікумів. Вища. шк.,1981.-488с.
5. Електротехніка. Основні поняття. ДСТУ 2843-94. Держстандарт України. Київ 1994